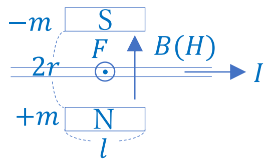
電流が磁場から受ける力

生徒：先生，電流が磁石から受ける力は，磁石が電流から受ける力と等しくなると思って，求めようとしたんだけど…

直線電流 I が磁場 B から受ける力が $F = IBl$ だから磁石が電流から

受ける力も同じになると思うんだ。でも，直線電流が作る磁場 $H = \dfrac{I}{2\pi r}$

を磁荷 $\pm m$ の磁石が受ける力 $F = mH$ に代入しても式が結びつかないし，



N 極と S 極が受ける合力は $F = 2IBl$ になってしまうんじゃないかなと思うんだ。

先生：よくもまあ，そんなとんでもないこと思いつくもんだ。

え～と… ，電流は「磁石が作る磁場」から力を受け，磁石は「電流が作る磁場」から力を受けるから磁場を同じにしてはいけないな。つまり $F = IBl$ の B は磁石が作る磁場だから，直線電流の作る磁場を使っちゃいけない… 。でも磁石が作る磁場はどうなる？…う～ん，明日まで待ってくれ。

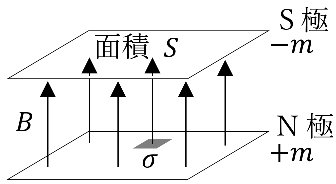
$\boxed{\text{次の日}}$

【磁石（磁荷）の作る磁場は電荷が作る電場との類似で考えるとわかりやすいと思う】

磁気に関するクーロンの法則 $F = \dfrac{1}{4\pi\mu}\dfrac{mm'}{r^2} = mH$ より，m' の磁荷がつくる磁場は $H = \dfrac{1}{\mu}\dfrac{m'}{4\pi r^2}$ ，

$B = \mu H = \dfrac{m'}{4\pi r^2}[\mathrm{Wb}/m^2]$ となる。μ は真空（空気でもよい）の透磁率。磁荷 m' からは m' 本の磁束線が出ていて，単位面積（$1m^2$）あたりの磁束線が B 本となる。（磁力線は H 本）

図のように，面積 S の広い平面の磁極に $\pm m$ の磁荷が一様に分布しているとき，磁極間に一様な磁場ができる。磁場は $H = \dfrac{m}{\mu S}$ ，$B = \mu H = \dfrac{m}{S} = \sigma[\mathrm{Wb}/m^2]$ となる。σ は磁荷密度（$1m^2$ あたりの磁荷）である。

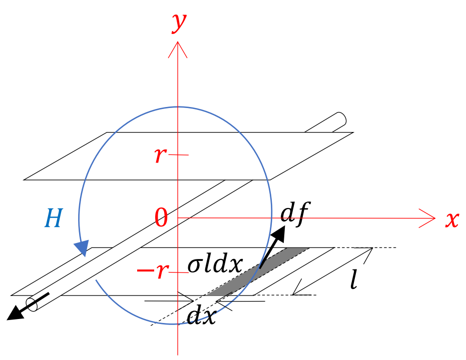


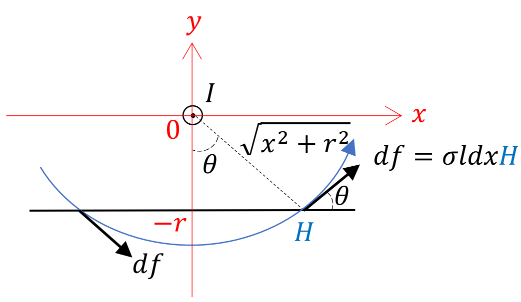
【磁石の N 極が電流が作る磁場から受ける力を求めてみよう】

・図の微小幅 dx 長さ l の磁極の磁荷は $\sigma l dx$

・そこに電流が作る磁場は $H = \dfrac{I}{2\pi\sqrt{x^2+r^2}}$

・この部分の磁荷が磁場から受ける力を df として $df = \sigma l dx\, H$





・これを磁極が十分長いとして，$x = -\infty \sim \infty$ の足し合わせ（積分）をするが，図に示した対称的な位置で y 成分が打ち消し合うので，dF の x 成分のみの足し合わせで磁極全体が受ける力が求まる。この力の大きさを f とおくと，

$f=\int_{-\infty}^{\infty}df\cos\theta=\int_{-\infty}^{\infty}\sigma ldx\,H\cos\theta=\sigma l\int_{-\infty}^{\infty}\frac{I}{2\pi\sqrt{x^2+r^2}}\frac{r}{\sqrt{x^2+r^2}}dx$　，ここで $x=r\tan\theta$ とおくと

$f=\frac{I\sigma l}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta=\frac{I\sigma l}{2}=\frac{IBl}{2}=\frac{F}{2}$

したがって，磁石の両極が電流の作る磁場から受ける力は $2f=F=IBl$ となった。

生徒：う～ん…　でも先生，もし磁極が片方だけだったらどうなるのかな。それに，電流が磁石から受ける力と，磁石が電流から受ける力は「作用と反作用」の関係にあると思うんだけど，一直線上になっていないよね。無限大をとると磁極の磁荷も無限大になっているし…

先生：なるほど…