

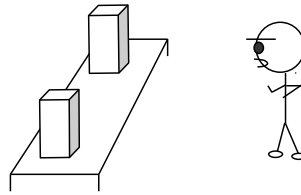
まんなかに立っているのに音が大きくなりません

【2台のスピーカーによる音の干渉を観測したところ…】

授業でスピーカーを2台鳴らし、干渉による節線や腹線の観測をした。

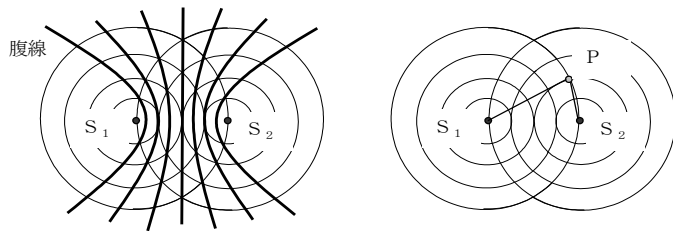
ところが、「先生、まんなかに立ったのに音が大きくなりません」

動作チェックをしたときはスピーカーの前を横切って強弱が観測されたのでいいと思っていたのだが…、スピーカーの真ん中に立ったとき、確かに音がほとんど聞こえない！



【2つの波源から同位相の球面波が出たときの干渉はどうなるのか】

波源 S_1 , S_2 から同位相の球面波が出ているとき、強め合う場所（定常波の腹と同じ）と、弱めあう場所（定常波の節と同じ）が交互にできる。右図は強めあう場所（腹線）を示してある。腹線と腹線の間には弱めあう場所（節線）ができる。腹線や節線は、中心のまっすぐな1本を除いて、双曲線の形になる。



波長を λ とし、腹線上の点（P点とする）、節線上の点（Q点とする）は次の条件を満たす。

$$S_1P - S_2P = m\lambda \quad , \quad S_1Q - S_2Q = m\lambda + \lambda/2 \quad (m \text{ は整数})$$

【音波は縦波である】

図1は x 軸の正の方向に進む波（正弦波）である。

まず、波形 に注目すると、「波形はそのままの形で x 軸の正の方向に平行移動」する。

次に、媒質の振動 に注目すると、「媒質はそれぞれの場所で単振動」する。

波には、媒質が図の y 軸方向に振動している波（これを**横波**という）と、媒質が図の x 軸方向に振動している波（これを**縦波**という）がある。**縦波**の場合は図中に示した「密」、「疎」の位置が生じる。したがって縦波のことを疎密波ともいう。

縦波の場合、そのままだと波形を表すのが困難なので、実際の変位（振動の中心からのずれ）を 90° 左回りに回転して、横波と同じように表す。

音波は縦波である。

図1

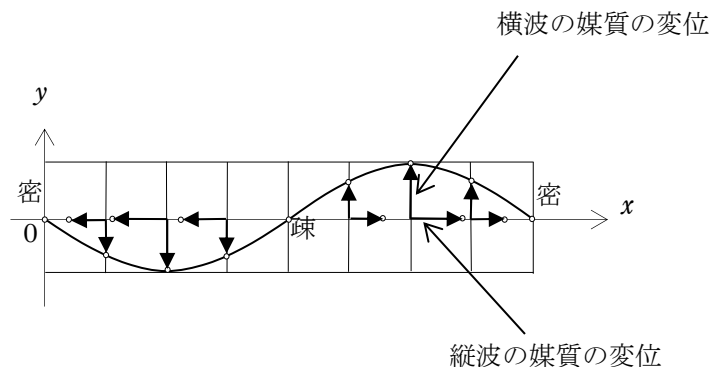


図2は、図1から少し時間が経過し波形が右に移動した状態である。このとき、縦軸を変位ではなく媒質の密度にすると、図3のように $1/4$ 波長ずれた形になる。媒質を大気とすると ρ_0 は波がないときの大気の密度である。さらに、密度で大気の圧力が決まるので、図3は縦軸を**圧力**とした形とみることもできる。

図2

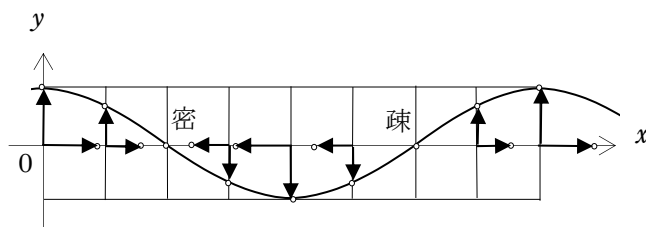
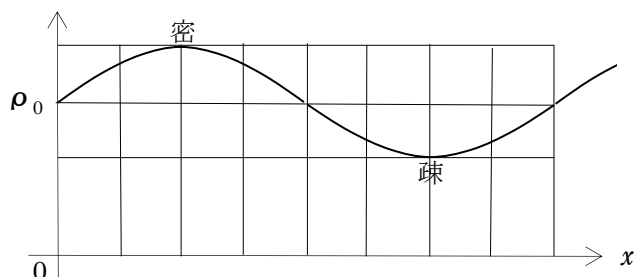


図3 媒質の密度



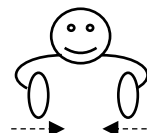
【再び、2つの波源から同位相の球面波が出たときの干渉はどうなるのか】

前述の干渉は、音波でも同じようになるのか？

答えは、「同じようにはならない！」

前述の干渉は、横波に関してはその通り成り立つが、縦波に関しては成り立たなくなる。

音波の媒質の振動を考えてみよう。波源から同位相の波が出る状況は次のようになる。手のひらをスピーカーのコーンと見なして向かい合わせにする。同位相の波が出る時、右図のように拍手するときのような動きとなる。したがって、中央で空気は常に変位が打ち消し合い「節」となる。前述の「節線」と「腹線」が逆転した状態になるのである。



だから、「まんなかで音が聞こえなくなる」…のではない！

耳の鼓膜は空気の圧力変化で振動し、我々はそれを音として感知している。

上で述べたとおり、圧力変化が最大になるのは「変位が 0 のところ」すなわち「変位の節」である。ちなみに「変位の腹」は「圧力変化が 0」、大気圧のまま変化しないので音は聞こえない。「変位の節線は圧力の腹線」、「変位の腹線は圧力の節線」となる。

「同じようにはならない！」とはいったが、それは変位に関する話で、圧力（または密度）に置き換えると、腹線や節線の位置は横波と同じになりそうである。

だから、「まんなかで音は大きくなる」はずであるのだが…。

そこで、縦波の合成について詳しく考えてみることにした。横波は波の進行方向と変位の方向が直角になっているため、複数の波を合成するとき変位をそのままたしてよい。ところが、縦波は波の進行方向と変位が平行なので合成するときベクトル合成する必要がでてくる。

【まんなかで音が聞こえなくなる理由は…】

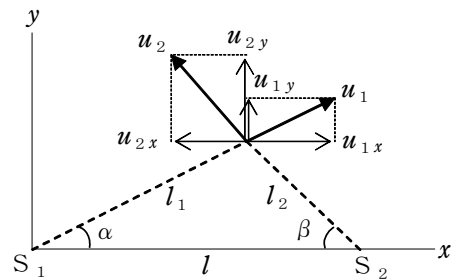
音波の変位を数式で表し、振幅の分布を調べる。図のように、変位を成分に分解して合成する。

$$\begin{aligned}
 u_1 &= A \sin 2\pi f (t - l_1/v) \\
 u_2 &= A \sin 2\pi f (t - l_2/v) \\
 u_{1x} &= u_1 \cos \alpha & u_{1y} &= u_1 \sin \alpha \\
 u_{2x} &= u_2 \cos \beta & u_{2y} &= u_2 \sin \beta \\
 u_x &= u_{1x} - u_{2x} & u_y &= u_{1y} + u_{2y}
 \end{aligned}$$

これを処理して、腹線、節線の分布等を数式で導こうとしたが…残念ながらお手上げ。

仕方がないので、水平面を格子に区切り具体的な数値データを入れて計算するという強引な手法に切り替える。

$u^2 = u_x^2 + u_y^2$ を計算し、その極大値の分布を下に示す。



4.00	0.21	0.70	1.99	3.25	3.76
3.75	0.24	0.51	1.80	3.16	3.73
3.50	0.26	0.34	1.59	3.06	3.70
3.25	0.28	0.30	1.36	2.93	3.65
3.00	0.39	0.36	1.11	2.79	3.60
2.75	0.75	0.42	0.85	2.62	3.53
2.50	1.25	0.48	0.58	2.41	3.45
2.25	1.86	0.53	0.56	2.17	3.34
2.00	2.51	0.62	0.71	1.88	3.20
1.75	3.04	1.17	0.90	1.55	3.02
1.50	3.20	1.84	1.09	1.18	2.77
1.25	2.72	2.41	1.23	1.04	2.44
1.00	1.57	2.54	1.23	1.54	2.00
0.75	1.14	1.90	1.02	2.23	1.44
0.50	1.46	1.27	0.94	3.04	0.80
0.25	1.23	2.97	0.38	3.73	0.24
0	S ₁	4.00	0	4.00	0
y/x	0	0.25	0.50	0.75	1.00

$A=1, f=100, v=100$, 波長 $\lambda=1$, 2つの音源の距離 $l=2$ とする。

左の表は音源 S_1 から x 軸方向に距離 1 (2つの音源の中央まで), y 軸方向に距離 4 の区域を 0.25 間隔の格子点に分け u^2 の極大値 (u^2 の最大値は 4) を記入した。音源からの距離による減衰は考慮していない。

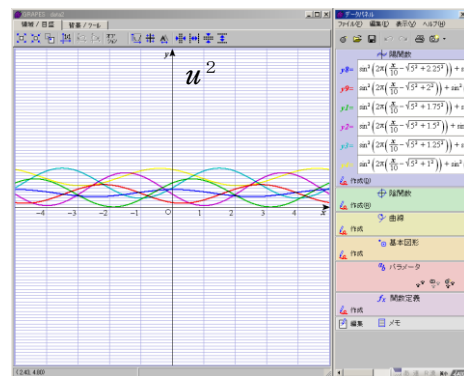
表中の曲線は干渉条件から求めた腹線、節線である。腹線上では合成波の振幅が増加、節線上では減少しているのがわかる。また、2つの音源を結ぶ線上は定常波となるが、横波のときと腹、節の位置が逆にな。

上の表の値は、各格子点について右図のように時間変動をグラフに描き、そのピーク値をグラフから直接読み取った。

このソフトは『GRAPES』である。

当然のことだが、音源を結ぶ直線上の中点の合成波の振幅は2つの進行波が打ち消し合って0となるが、中央線を音源から離れていくと、進行波の振動方向が平行になっていき、合成波の振幅は大きくなる。

中央線は、音源近傍では「変位の節」だが、音源から離れると「変位の腹」となるのが表からわかる。これを圧力変化で考えると、音源から離れた中央線上で観測すると、圧力変化がなく「音は聞こえない」ことになるのではないだろうか。



※教科書や問題集では、中央位置で音が極大になるとしている。センター試験での出題もあった。ここでの考察に間違いがあるのか、これからさらに検討していきたい。