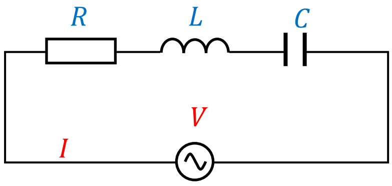
交流回路

『交流電源に抵抗，コイル，コンデンサーを直列につないだ回路に流れる電流は？』



抵抗，コイル，コンデンサーそれぞれに電流を流れにくくする作用があり，その大きさは，抵抗が $R[\Omega]$，コイルが $\omega L[\Omega]$，コンデンサーが $\dfrac{1}{\omega C}[\Omega]$ です。

コイルとコンデンサーは，この値を抵抗とはよばず，「リアクタンス」といいます。

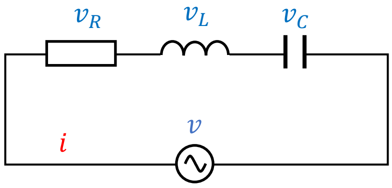
ω を角周波数といい，$\boldsymbol{\omega = 2\pi f}$，$f[\mathrm{Hz}]$ は交流の周波数です。

$L[\mathrm{H}]$ はコイルの自己インダクタンス，$C[\mathrm{F}]$ はコンデンサーの電気容量です。

これらを直列につないだときの合成抵抗に相当する値 $Z[\Omega]$ は，$\boldsymbol{Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$ となります。これを「**インピーダンス**」といいます。

電源電圧を $V[\mathrm{V}]$，電流を $I[\mathrm{A}]$ とすると，$\boldsymbol{V = ZI}$ の関係が成り立ちます。V と I は，交流の「実効値」または「最大値」です。**「瞬間値」ではこの関係が成り立ちません。**

『$\boldsymbol{Z = R + \omega L + \dfrac{1}{\omega C}}$ とならないのはなぜ？』



回路に流れる電流 i，抵抗にかかる電圧 v_R，コイルにかかる電圧 v_L，コンデンサーにかかる電圧 v_C は図のように変化します。

各瞬間に抵抗，コイル，コンデンサーにかかる電圧の和は電源電圧 v と等しくなっています。

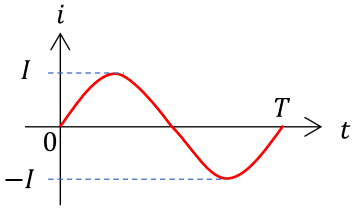
したがって，

$$\begin{aligned} v &= v_R + v_L + v_C \\ &= V_R \sin\omega t + (V_L - V_C)\cos\omega t \\ &= \sqrt{{V_R}^2 + (V_L - V_C)^2} \times \sin(\omega t + \varphi) \\ &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \times I \times \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

となります。電源電圧の最大値を V とすると，

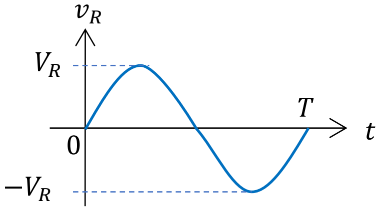
$$V = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \times I = Z \times I$$

$i = I\sin\omega t$



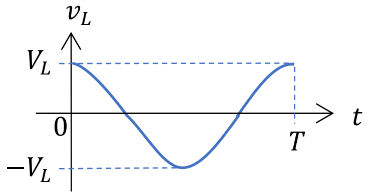
$v_R = V_R \sin\omega t$

$V_R = RI$



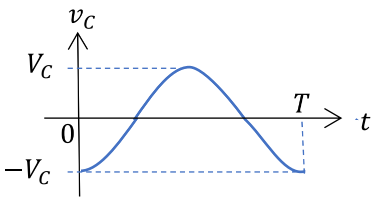
$v_L = V_L \cos\omega t$

$V_L = \omega LI$



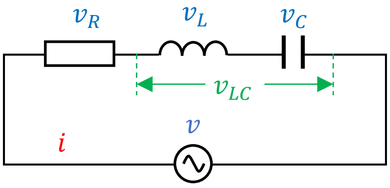
$v_C = -V_C \cos\omega t$

$V_C = \dfrac{1}{\omega C} I$



が導かれます。上式の φ は，$\tan\varphi = \dfrac{V_L - V_C}{V_R} = \dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}$ を満たす値です。

『交流の周波数を変えていって電流が最大になったとき，コイルとコンデンサーの合わせた電圧が 0？』



図の v_{LC} は，$v_{LC} = v_L + v_C = (V_L - V_C)\cos\omega t$ となります。ここを電圧計で測定すると，コイルにかかる電圧の最大値 V_L とコンデンサーにかかる電圧の最大値 V_C の差 $|V_L - V_C|$ を $\sqrt{2}$ で割った値が表示されます。

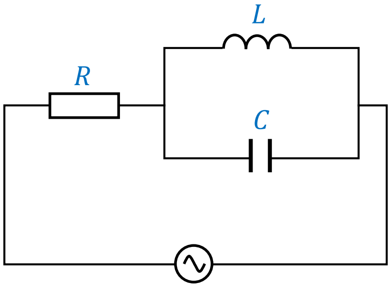
ということは，$V_L = V_C$ のとき，電圧計でコイルの電圧を測定すると V_L を $\sqrt{2}$ で割った値，コンデンサーの電圧を測定すると V_C を $\sqrt{2}$ で割った値が表示されるが，コイルとコンデンサーをつないだ両端の電圧を測定すると 0 V という不思議な現象が生じます。

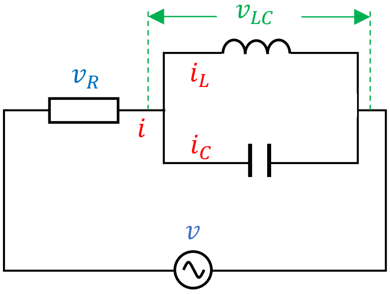
$V_L = V_C$ のとき，$V_L = \omega LI$，$V_C = \dfrac{1}{\omega C}I$ より，$\omega L - \dfrac{1}{\omega C} = 0$ です。したがって，このときインピーダンス

$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$ が最小となり，電流値は最大になっています。また，このとき交流の周波数は

$\boldsymbol{f = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$ となっています。

『上図の状態からコイルとコンデンサーを並列につなぎ換えるとどうなる？』



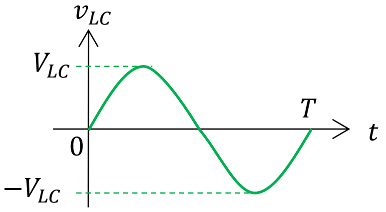


並列部分にかかる電圧 v_{LC} を右図のように設定すると，コイルに流れる電流 i_L，コンデンサーに流れる電流 i_C は，下図のようになります。

このとき，電源から流れてくる電流 i は，

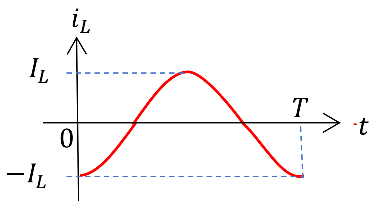
$i = i_L + i_C = (I_C - I_L)\cos\omega t$ となり，これを電流計で測定すると $|I_C - I_L|$ を $\sqrt{2}$ で割った値が表示されます。

$v_{LC} = V_{LC}\sin\omega t$



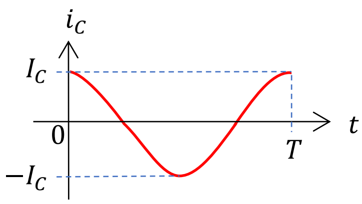
$i_L = -I_L\cos\omega t$

$V_{LC} = \omega L I_L$



$i_C = I_C\cos\omega t$

$V_{LC} = \dfrac{1}{\omega C}I_C$



電源の周波数が $\boldsymbol{f = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$ のとき，$\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$ なので，$I_L = I_C$ となり，電流計で電源から流れ出る電流を測定すると，0 A という不思議な現象が生じます。

このとき，電圧計で抵抗にかかる電圧を測定すると，抵抗には電流が流れていないので 0 V，$v = v_R + v_{LC}$ より，v_{LC} を電圧計で測定すると，電源電圧と同じ値が表示されます。