

交流

「交流はどのようにして発生させますか？」

磁場中でコイルを回転すると交流が発生します。

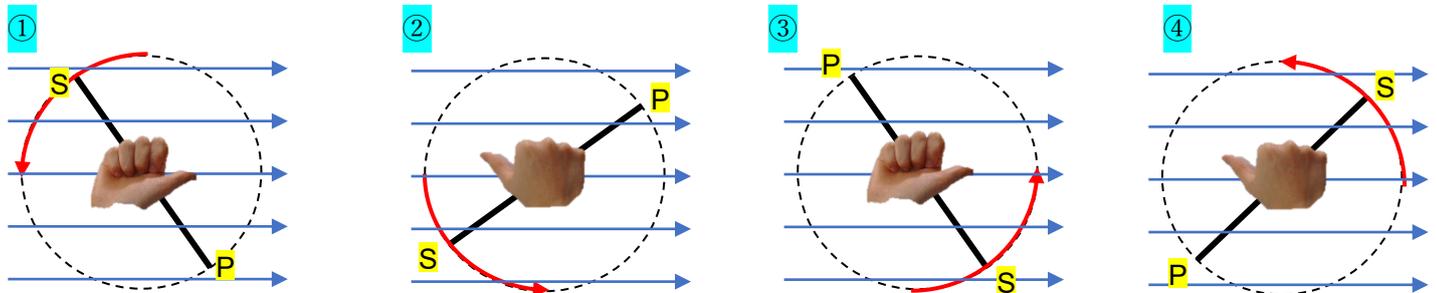
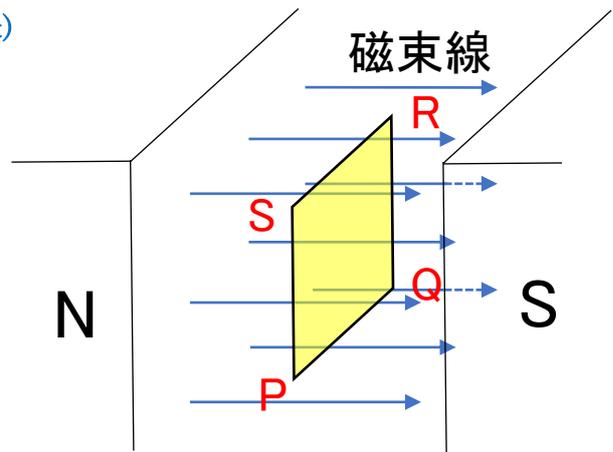
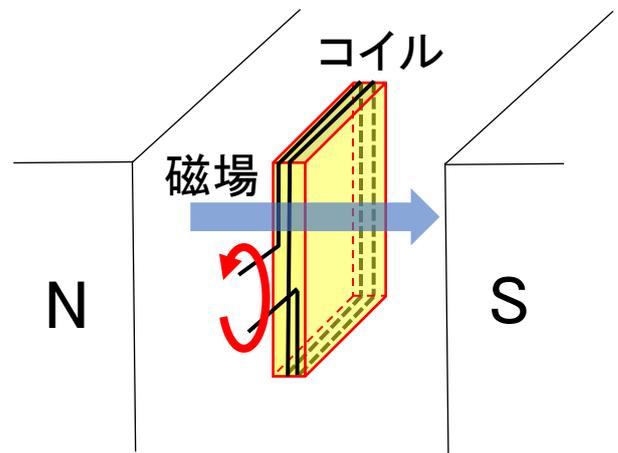
「交流の発生に関連する物理法則名は？」

ファラデーの電磁誘導の法則です。

「電流の向きが交互に入れ替わる(Alternating Current)ことを説明しなさい」

右図のように、長方形コイル PQRS を磁場中で回転させる。コイルに発生する電流は、右手で👍を作り、『親指』を次の向きにしたとき他の4本の指が指す方向に流れる。

- コイルを貫く磁束線の本数が増えるときは、親指を『磁束線と逆向き』にする。
- コイルを貫く磁束線の本数が減るときは、親指を『磁束線と同じ向き』にする。



電流の向き

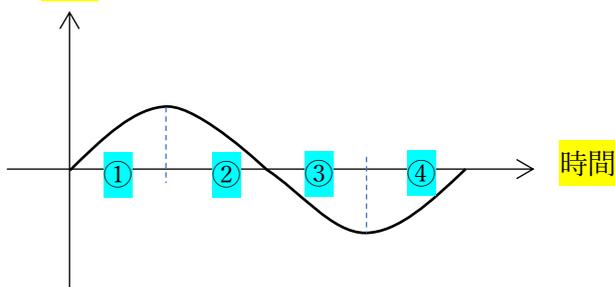
P→Q→R→S

P→Q→R→S

P→S→R→Q

P→S→R→Q

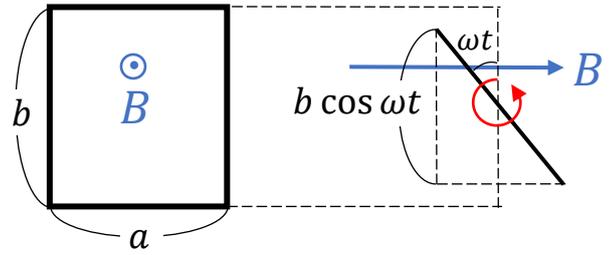
電流 (P→Q→R→S を正方向とする)



コイルを流れる電流が作る磁束線は、コイルを貫く磁束線の本数の変化を妨げる。増えると逆向きの磁束線が貫いている磁束線と打ち消しあう。減っているときはその逆となる。これを「レンツの法則」という。「ファラデーの電磁誘導の法則」の−の符号も同じ意味である。

「交流の電圧 $V = V_0 \sin \omega t$ を導きなさい」

磁束密度 B [T(テスラ)または Wb/m^2] の一様な磁場中に
2辺の長さが a [m], b [m] の長方形コイルをコイル面が
磁場に垂直になるように置き (時刻 $t = 0$), 角速度 ω [rad/s]
で回転 (等速円運動) させる。



ファラデーの電磁誘導の法則は, 『1巻きのコイルを貫く磁束線の本数が1秒あたり1本変化すると1ボルトの電圧 (起電力) が発生する』 というものである。磁束密度 B の磁場には, 1 m^2 あたり磁束線が B 本あると考える。したがって, コイルが回転するとき時刻 t [s] にコイルを貫く磁束線の本数は $\Phi = Bab \cos \omega t$ となる。これを「磁束」とよぶ。いま, コイルの巻き数を N 回とすると, 発生する電圧 V [V] は

$$V = -N \frac{d\Phi}{dt} = NBab\omega \sin \omega t$$

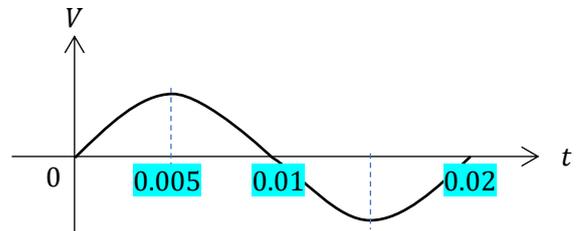
となる。ここで $NBab\omega = V_0$ は電圧の最大値である。

「周波数 50Hz (西日本は 60Hz) はどのようにして作られるの?」

磁場中でコイルを1秒間に50回転させて作ります。

コイルを等速円運動させるので, 等速円運動の公式 周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$, 回転数 $f = \frac{1}{T}$ より,
 $f = 50 \text{ Hz}$ とすると, $T = \frac{1}{f} = 0.02 \text{ s}$, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.02}$, $V = V_0 \sin \frac{2\pi}{0.02} t$ となる。

$\frac{2\pi}{0.02} \times 0 = 0$, $\frac{2\pi}{0.02} \times 0.005 = \frac{\pi}{2} \rightarrow 90^\circ$,
 $\frac{2\pi}{0.02} \times 0.01 = \pi \rightarrow 180^\circ$, $\frac{2\pi}{0.02} \times 0.02 = 2\pi \rightarrow 360^\circ$
より, 電圧の変化のグラフは右図のようになる。



※ $V = V_0 \sin \frac{2\pi}{0.02} t$ の $\frac{2\pi}{0.02} t$ の部分を「位相」といい, 例えば 10° , $370^\circ (= 10^\circ + 360^\circ)$,
 $730^\circ (= 10^\circ + 360^\circ \times 2)$ のように 360° の整数倍離れたところを「同位相」という。

「電圧が変化しているのに, なぜ 100V というの?」

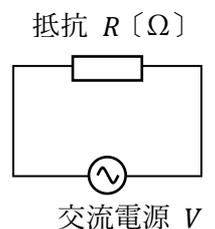
交流でお湯を沸かしたり, モーターを回したり, 電灯をつけたりするときを使う「電気エネルギー」の値が,
一定の電圧 100V として計算した値になるからです。

1秒あたりに使う「電気エネルギー」を「消費電力」といい, (消費電力) = (電圧) × (電流) である。

いま, 右図のように交流電源 $V = V_0 \sin \frac{2\pi}{0.02} t$ に, 抵抗 R をつなぐ。

このとき流れる電流は, オームの法則より $I = \frac{V}{R} = \frac{V_0}{R} \sin \frac{2\pi}{0.02} t = I_0 \sin \frac{2\pi}{0.02} t$
となる。 I_0 は電流の最大値である。

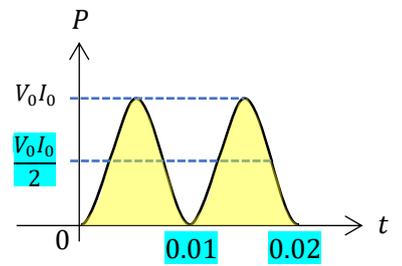
したがって, 消費電力は $P = VI = V_0 I_0 \sin^2 \frac{2\pi}{0.02} t = \frac{V_0 I_0}{2} (1 - \cos \frac{4\pi}{0.02} t)$ となる。



これをグラフに示すと、右図のようになる。消費電力は一定値ではなく変動している。消費電力は、1秒あたりの電気エネルギーの消費量であるが1秒間値が一定になっているのではない。ではどう考えればいいのか？

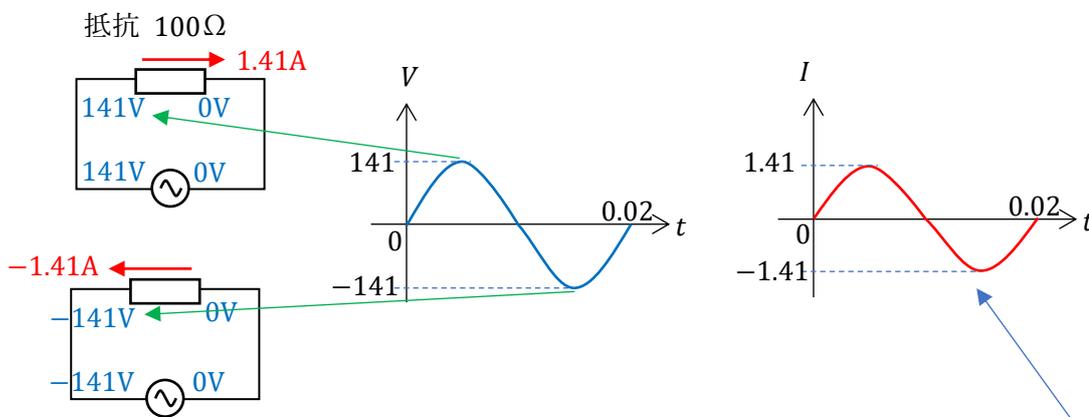
「各瞬間に電気エネルギーを消費する割合」と考える。そして、グラフの黄色く色づけした面積が電気エネルギーの消費量となる。このエネルギーを

ならずと、消費電力は $\frac{V_0 I_0}{2}$ の一定値となる。ここで、消費電力の平均値 $\bar{P} = \frac{V_0 I_0}{2} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \times \frac{I_0}{\sqrt{2}} = V_e I_e$ として、 V_e 、 I_e を実効値といい、 $V_e = 100$ [V] である。



「交流電源を抵抗，コイル，コンデンサーにつないだときの電流のグラフを描きなさい」

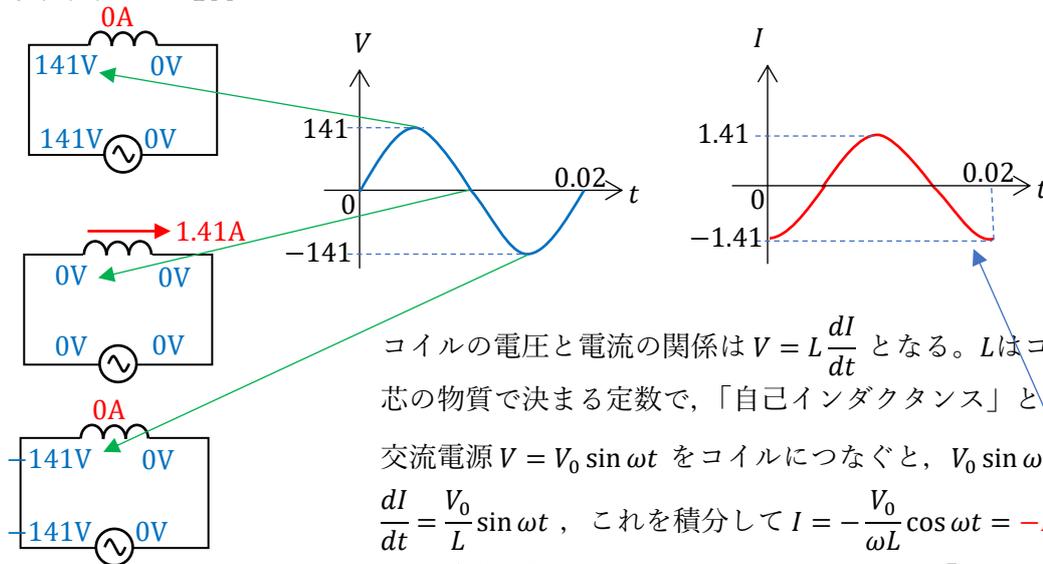
抵抗はオームの法則 $V = RI$ ，コイルは $V = L \frac{dI}{dt}$ ，コンデンサーは $Q = CV$ と $I = \frac{dQ}{dt}$ で考える。



$V_e = 100$ [V] のとき、電圧の最大値は $V_0 = \sqrt{2} \times V_e = 1.41 \times 100 = 141$ [V] となる。

100Ω の抵抗に、交流電源 $V = 141 \sin \frac{2\pi}{0.02} t$ をつなぐと、電流は $I = \frac{141}{100} \sin \frac{2\pi}{0.02} t = 1.41 \sin \frac{2\pi}{0.02} t$ となる。

リアクタンス 100Ω

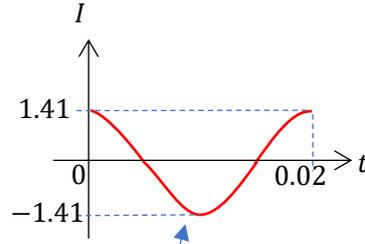
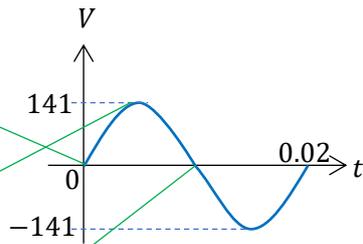
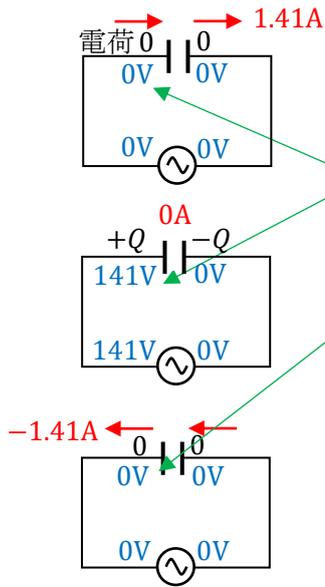


コイルの電圧と電流の関係は $V = L \frac{dI}{dt}$ となる。 L はコイルの形、線の巻き方、芯の物質で決まる定数で、「自己インダクタンス」という。

交流電源 $V = V_0 \sin \omega t$ をコイルにつなぐと、 $V_0 \sin \omega t = L \frac{dI}{dt}$ となり、 $\frac{dI}{dt} = \frac{V_0}{L} \sin \omega t$ ，これを積分して $I = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t = -I_0 \cos \omega t$ が求まる。 I_0 は電流の最大値、 ωL はコイルの抵抗分で「リアクタンス」という。

※ コイルに生じる電圧は、電流が増えるときは減らす方向、電流が減るときは増やす方向となる。上の結果を見ると、電流のグラフの接線の傾きが電圧の変化と一致していることが確認できる。

リアクタンス 100Ω



コンデンサーの電荷 Q と電圧の関係は $Q = CV$, C はコンデンサーの電気容量である。

電流が流れ込んだり流れ出たりすることにより電荷 Q が変化し, $I = \frac{dQ}{dt}$ となる。

したがって, 交流電源 $V = V_0 \sin \omega t$ をコンデンサーにつなぐと,

$$I = \frac{d(CV)}{dt} = C \frac{dV}{dt} = \omega CV_0 \cos \omega t = I_0 \cos \omega t \text{ が求まる。}$$

I_0 は電流の最大値, $\frac{1}{\omega C}$ はコンデンサーの抵抗分で「リアクタンス」という。